Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 5

MATHEMATIK

ZUR THEORIE ABSTRAKTER FUNKTIONEN *

Von I. GELFAND

(Vorgelegt von S. N. Bernstein, Mitglied der Akademie, d. 27. IX. 1937)

1. In der letzten Zeit hat sich eine Reihe von Autoren mit den abstrakten Funktionen befasst, die jeder Zahl t einer gewissen Menge ein Element X_t des linearen (B)-Raumes E [1] zuordnen. In diesem Artikel wird die Definition des Lebesgueschen Integrals einer abstrakten Funktion gegeben und eine Reihe von Resultaten bezüglich der Differenzierung abstrakter Funktionen erhalten.

Eine ausführliche Darlegung der Resultaten dieses und der folgenden Artikel wird in der «Mathematischen Sammlung» veröffentlicht.

2. Definition 1. Abstrakte Funktionen werden solche Funktionen genannt, die einer jeden Zahl t einer gewissen Menge ein Element x_t des linearen (B)-Raumes zuordnen.

Wird das Entgegengesetzte nicht behauptet, so werden wir annehmen, dass t das Intervall (a, b) durchläuft.

Definition 2. Die abstrakte Funktion x_t wird schwach messbar nach Lebesgue genannt, wenn für ein beliebiges, festgewähltes lineares Funktional f die reelle Funktion fx_t nach Lebesgue messbar ist (fx ist der Wert des linearen Funktionals f im Punkt x).

Definition 2a. Die Funktion x_t wird stark messbar genannt, wenn sie fast für alle t ein starker Limes einer Folge stark stetiger Funktionen [2] ist.

Satz 1. *Wenn E separabel ist, so stimmen die Begriffe der starken und schwachen Messbarkeit überein.*

3. Definition 3. Das Lebesguesche Integral einer abstrakten Funktion x_t wird ein Element ξ aus $\overline{E}$ genannt, so dass für ein beliebiges lineares Funktional f aus $\overline{E}$ die Gleichung

$$\xi f = \int_a^b fx_t\, dt \qquad (1)$$

besteht ($\overline{E}$ ist der zweite zu E konjugierte Raum, d. h. der Raum linearer Funktionale über $\overline{E}$). Das Integral der reellen Funktion fX_t wird hier im Lebesgueschen Sinne aufgefasst**.

---

* Die Resultate dieses und der folgenden Artikel stellen den Inhalt der vom Autoren im Juni 1935 öffentlich verteidigten Dissertation dar. Die seit 1935 veröffentlichten Arbeiten von Birkhoff, Dunford and Clarkson decken sich teilweise mit den hier erhaltenen Resultaten.

** Eine jede Funktion, die im Bochnerschen [1] oder im Birkhoffschen [4] Sinne integrierbar ist, ist auch in unserem Sinne integrierbar.

Das Element ε ist offenbar durch (1) eindeutig bestimmt (wenn ein solches Element überhaupt existiert). Der Fundamentalsatz ist hier:

Satz 2 (3). *Wenn für ein beliebiges f die reelle Funktion fx_t nach Lebesgue summierbar ist, so existiert das Integral* $\int_a^b x_t\,dt$.

Es taucht natürlicherweise die Frage auf, wann $\int_a^b x_t\,dt$ ein Element aus E ist (und nicht nur aus $\overline{\overline{E}}$, welches bekanntlich in sich E enthält).

Hier kann man auf folgendes hinweisen:

a) Ist der gegebene Raum E zu einem gewissen anderem konjugiert, so ist $\int_a^b x_t\,dt$ ein Element aus E (und nicht nur aus $\overline{\overline{E}}$).

b) Wenn $\int_a^b |x_t|\,dt$ existiert und E separabel ist, so ist $\int_a^b x_t\,dt$ ein Element aus E.

c) Ist E schwach vollständig und separabel, so ist $\int_a^b x_t\,dt$ ein Element aus E.

Der Beweis des Satzes 2 beruht auf folgendem fundamentalen Hilfssatz:

Hilfssatz: *Wenn ein von unten halbstetiges Funktional $p(x)$ derart ist, dass $p(x+y) \leqslant p(x) + p(y)$; $p(\lambda x) = |\lambda|\,p(x)$; $p(x) \geqslant 0$, so ist $p(x)$ stetig und in der Einheitssphäre beschränkt* (3).

4. Differenzierung abstrakter Funktionen.

Der starke Limes des Ausdruckes $\frac{x_{t+h} - x_t}{h}$ bei $h \to 0$ wird starke Ableitung der abstrakten Funktion x_t genannt.

Der schwache Limes desselben Ausdruckes wird schwache Ableitung von x_t genannt.

Definition 4. Wir sagen, dass die Funktion x_t der Bedingung (A) genügt, wenn es ein solches M gibt, dass bei der beliebigen Zerlegung $(a = t_0, t_1, \ldots, t_n = b)$ des Intervalls (a, b) in Teilintervalle die Ungleichung:

$$\sum_{i=0}^{n-1} |x_{t_{i+1}} - x_{t_i}| \leqslant M, \qquad \text{(A)}$$

erfüllt ist.

Bei einer Reihe von Autoren dient die Bedingung (A) zur Definition einer Funktion mit beschränkter Variation. Aus Gründen, die aus nachfolgendem Artikel zu ersehen sind, ziehen wir eine andere Definition der Funktion mit beschränkter Variation vor.

Birkhoff (4) hat bewiesen, dass eine abstrakte Funktion, die der Bedingung (A) genügt und deren Werte dem Hilbertschen Raum angehören, fast überall eine starke Ableitung hat. Diesen Satz hat Clarkson (5) (auf den Fall gleichmässig-konvexer Räume) verallgemeinert [siehe auch die Arbeit von Dunford und Morse (6)].

Wir werden die Bedingung der Differenzierbarkeit der abstrakten Funktionen bei anderen Voraussetzungen beweisen.

Satz 3. *Wenn E ein regulärer Raum ist (d. h. wenn E mit $\overline{\overline{E}}$ zusammenfällt), so besitzt eine jede Funktion, die der Bedingung* (A) *genügt und deren Werte E angehören, fast überall eine starke Ableitung. Die Behauptung des Satzes bleibt auch in dem Falle richtig, wenn E separabel und zu einem gewissen anderen Raum konjugiert ist* [wie z. B. (l^1)].

Satz 4. *Wenn $\overline{E}$ separabel ist, so besitzt eine jede abstrakte Funktion f_t, deren Werte $\overline{E}$ angehören (dem zu E konjugierten Raum), fast überall eine schwache Ableitung.*

Die Beweisführung der Sätze 3 und 4 ist folgende:

Zuerst wird bewiesen, dass eine jede Funktion, die der Bedingung (A) genügt, fast überall der Bedingung von Lipschitz genügt (mit der Konstante, die von der Punktwahl abhängt). Hiernach wird bewiesen, dass wenn $\overline{E}$ zu einem gewissen separabelen Raum E_1 konjugiert ist, die Funktion f_t fast überall eine schwache Ableitung besitzt. Das ergibt sich aus dem Satz von der schwachen Konvergenz ([7]) und der Bemerkung, dass «das skalare Produkt $f_t x$» der Funktion f_t mit einem festgewählten Element x aus E eine reelle Funktion mit beschränkter Variation ist. Die erhaltene Ableitung ist im Sinne der Definition 3 integrierbar.

Wenn $\overline{E}$ separabel ist, so kann man mit Hilfe des Satzes 1 zeigen, dass diese Ableitung im Bochnerschen Sinne integrierbar ist, und folglich hat ihr Integral fast überall eine starke Ableitung ([1]).

Dadurch ist der Satz für die regulären separabelen Räume und Funktionen, die die Integrale ihrer Ableitungen sind, bewiesen. Die Erweiterung der Klasse der Räume, für die unser Satz anwendbar ist, wird mit Hilfe des folgenden Satzes von A. I. Plessner erhalten: ein jeder Teilraum eines regulären Raumes ist regulär. Die Erweiterung der Klasse der Funktionen wird mittels unschwerer theoretisch-funktionaler Betrachtungen unternommen. Hiermit sind Sätze 3 und 4 bewiesen. Da in $L^{(1)}$ abstrakte Funktionen existieren, die der Bedingung (A) genügen und keine Ableitung besitzen, so folgt aus Satz 4, dass $L^{(1)}$ und auch jeder separabele Raum, der einen zu $L^{(1)}$ isomorphen Teilraum [zum Beispiel (C)] enthält, zu keinem konjugierten Raum isomorph ist.

Mathematisches Institut.
Staatsuniversität Moskau.

Eingegangen
d. 27. IX. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] Bochner, Fund. Math., XX (1933). [2] Bochner, l. c. [3] И. Гельфанд, Изв. Харьк. матем. о-ва, XIII, № 1, 35—40 (1935). [4] Birkhoff, Trans. of Amer. Math. Soc., **38**, 357—378. [5] Clarkson, ibid., **40**, 396—414. [6] Dunford a. Morse, ibid., 415—420. [7] Banach, Théorie des opérations linéaires, p. 133.

OPERATOREN UND ABSTRAKTE FUNKTIONEN

Von I. GELFAND

(Vorgelegt von S. N. Bernstein, Mitglied der Akademie, d. 27. IX. 1937)

In diesem Artikel werden die Definitionen abstrakter volladditiver Mengenfunktionen und abstrakter Funktionen mit beschränkter Variation (siehe den vorhergehenden Artikel) gegeben. Die erhaltenen Resultate werden mit der allgemeinen Form gewisser linearen Operatoren in Verbindung stehen.

1 (1). Die unbedingte Konvergenz.

Definition 1. Die Reihe $x_1 + x_2 + \ldots + x_n + \ldots$ wird unbedingt konvergent genannt, wenn für jedes lineares Funktional f die Zahlenreihe $fx_1 + \ldots + fx_n + \ldots$ absolut konvergiert [$x_1, \ldots, x_n \ldots$ sind Punkte des linearen (B)-Raumes E, fx ist der Wert des linearen Funktionals im Punkte x].

Die Summe der Reihe $x_1 + \ldots + x_n + \ldots$ wird ein solches Element ξ aus $\overline{E}$ (dem zweiten zu E konjugierten Raume) genannt, dass für ein beliebiges f die Gleichung gilt: $\xi f = fx_1 + \ldots + fx_n + \ldots$

Definition 1a. Wir sprechen von der unbedingten Konvergenz der Reihe $x_1 + \ldots + x_n + \ldots$ im starken Sinne, wenn die Reihen $fx_1 + \ldots + fx_n \ldots$ gleichmässig in bezug auf alle f, wenn $|f| \leqslant 1$, konvergieren, d. h. wenn es für jedes ε ein solches n gibt, dass $\sum_{k=n+1}^{\infty} |fx_k| < \varepsilon$ für jedes f, wenn $|f| \leqslant 1$. Die Summe einer unbedingt im starken Sinne konvergierenden Reihe ist ein Element desselben Raumes.

Satz 1(1). *Damit die Reihe $x_1 + \ldots + x_n + \ldots$ unbedingt konvergiere, ist es notwendig und hinreichend, dass die Punktmenge der Art $\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i x_i$ begrenzt sei ($\varepsilon_i = \pm 1$ und N nehmen alle zulässigen Werte an).*

Satz 1a. *Damit die Reihe $x_1 + \ldots + x_n + \ldots$ unbedingt im starken Sinne konvergiere, ist es notwendig und hinreichend, dass die Punktmenge $\sum_{i=1}^{N} \varepsilon_i x_i$ kompakt sei ($\varepsilon_i = \pm 1$, N ist eine beliebige natürliche Zahl).*

Satz 1b. *Damit eine Reihe unbedingt im starken Sinne konvergiere, ist die gleichmässige Konvergenz der Reihen $\sum_{i=1}^{\infty} \varepsilon_i x_i$ bezüglich ε_i ($\varepsilon_i = \pm 1$) notwendig und hinreichend.*

Der Beweis der Sätze über die starke unbedingte Konvergenz beruht auf folgendem wichtigen Satz:

Satz 2. *Damit die Menge M von Punkten des linearen Raumes E kompakt sei, ist es notwendig und hinreichend, dass eine jede gegen Null schwach konvergente Folge linearer Funktionale $f_1 \ldots, f_n, \ldots$ gleichmässig auf M konvergiere.*

Der Beweis des Satzes 1a wird mit Hilfe des Fundamentalhilfssatzes des vorigen Artikels durchgeführt.

Orlicz (1) (S. 244) hat den folgenden Satz bewiesen.

Ist E ein schwach vollständiger Raum, so stimmen die unbedingte und die stark unbedingte Konvergenz überein.

2. Funktionen mit beschränkter Variation.

Definition 2. Eine abstrakte Funktion x_t wird als Funktion mit beschränkter Variation bezeichnet, wenn bei einem beliebigen linearen Funktional f die reelle Funktion fx_t eine Funktion mit beschränkter Variation ist.

Definition 2a. Die Funktion x_t wird als Funktion mit stark beschränkter Variation bezeichnet, wenn:

1) x_t ein Funktion mit beschränkter Variation ist;

2) die reellen Funktionen fx_t, die als Punkte des Raumes der Funktionen mit beschränkter Variation betrachtet werden, eine kompakte Menge bilden, wenn nur f alle

Funktionale mit $|f| \leqslant 1$ durchläuft. Mit anderen Worten: wenn man aus einer jeden unendlichen Funktionsfolge $f_1 x_t$, $f_2 x_t$, ..., $f_n x_t$, ... bei $|f_n| \leqslant 1$ eine solche Teilfolge $f_{n_1} x_t, f_{n_2} x_t, \ldots, f_{n_k} x_t, \ldots$ wählen kann, dass

$$\lim_{k,l \to \infty} \mathrm{Var}_t [f_{n_k} x_t - f_{n_l} x_t] = 0.$$

Satz 3. *Ist x_t eine Funktion mit beschränkter Variation, so gibt es ein solches M, dass* $\mathrm{Var}_t [f x_t] \leqslant M |f|$ *bei beliebigem f.*

Dieser Satz wird mit Hilfe des fundamentalen Hilfssatzes des vorhergehenden Artikels bewiesen. Siehe auch (2).

Satz 4. *Damit x_t eine Funktion mit beschränkter Variation sei, ist die Existenz eines solchen M, dass* $\left| \sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i [x_{t_{i+1}} - x_{t_i}] \right| \leqslant M$ *für alle* $\varepsilon_1 = \pm 1$ *und bei beliebiger Zerlegung des Intervalls (a, b) in Teilintervalle, notwendig und hinreichend ($a = t_1 \leqslant t_2 \leqslant \ldots \leqslant t_{n+1} = b$).*

Satz 4a. *Damit x_t eine Funktion mit stark beschränkter Variation sei, ist es notwendig und hinreichend, dass die Elementenmenge der Art* $\sum_{i=1}^{n} [x_{t_{i+1}} - x_{t_i}] \varepsilon_i$ *kompakt sei.* ($\varepsilon_i = \pm 1$) ($a = t_1 \leqslant t_2 \leqslant \ldots \leqslant t_{n+1} = b$) *ist eine beliebige Zerlegung des Intervalls (a, b) in Teilintervalle.*

Satz 4 kann leicht aus Satz 3 abgeleitet werden. Der Beweis des Satzes 4a stützt sich wesentlich auf Satz 2.

3. Volladditive Mengenfunktionen.

Definition 3 (3). Wenn jeder Menge P aus einem gewissen Borelschen Mengenkörper ein Punkt $x(P)$ entspricht und wenn aus der Gleichung $P = P_1 + \ldots + P_n + \ldots$ (P_n sind paarweise elementenfremd) die Gleichung $x(P) = x(P_1) + \ldots + x(P_n) \ldots$ im Sinne der schwachen Konvergenz folgt, so wird $x(P)$ eine volladditive Mengenfuktion genannt.

Definition 3a. Ist die Wertmenge einer volladditiven Funktion $x(P)$ kompakt, so wird sie eine volladditive im starken Sinne genannt.

Satz 5. *Ist $x(P)$ volladditiv und ist $P_1, P_2, \ldots, P_n, \ldots$ eine Folge von paarweise elementenfremden Mengen, so konvergiert die Reihe $x(P_1) + \ldots + x(P_n) + \ldots$ unbedingt.*

Satz 5a. *Ist $x(P)$ eine im starken Sinne volladditive Funktion und sind $P_1, \ldots, P_n, \ldots$ paarweise elementenfremd, so konvergiert die Reihe $x(P_1) + \ldots + x(P_n) + \ldots$ unbedingt im starken Sinne.*

Führen wir jetzt einige Sätze an, die die additiven Funktionen mit den Funktionen beschränkter Variation in Verbindung setzen.

Satz 6. *$x(P)$ sei sine volladditive Funktion von Mengen, die auf dem Intervall (a, b) liegen und* (B) *messbar sind. P_t sei ein Intervall (a, t). Dann ist die abstrakte Funktion $x_t = x(P_t)$ eine Funktion mit beschränkter Variation. Ist umgekehrt E ein schwach vollständiger Raum, so entspricht jeder Funktion x_t beschränkter Variation eine volladditive Mengenfunktion mit Werten aus E. Ist E nicht schwach vollständig, so gehören die Werte der volladditiven Funktion im allgemeinen E an.*

Satz 6a. *$x(P)$ sei eine im starken Sinne volladditive Mengenfunktion. P_t sei ein Intervall (a, t). Dann ist $x_t = x(P_t)$ eine Funktion mit stark beschränkter Variation. Umgekehrt, jeder Funktion mit stark beschränkter Variation entspricht eine im starken Sinne volladditive Mengenfunktion.*

4. Das Stieltjessche und Lebesgue-Stieltjessche Integral.

Definition 4. X_t sei eine abstrakte Funktion und $\varphi(t)$ eine reelle Funktion. Als Lebesgue-Stieltjessche Integral

wird ein solches Element ξ aus $\overline{\overline{E}}$ genannt, dass für ein beliebiges lineares Funktional f die Gleichung gilt: $\xi f = \int_a^b \varphi(t)\, df x_t$. Das letztere Integral wird im Lebesgue-Stieltjesschen Sinne aufgefasst.

Satz 7. *Ist* $\varphi(t)$ *begrenzt und* (B) *messbar und ist* x_t *eine Funktion mit beschränkter Variation, so existiert* $\int_a^b \varphi(t) dx_t$.

Beweis. $\int_a^b \varphi(t)\, df x_t$ existiert, da fx_t nach Definition 2 eine Funktion mit beschränkter Variation ist. $\int_a^b \varphi(t) df x_t$ ist ein additives Funktional bezüglich f. Ausserdem ist es stetig. Tatsächlich:

$$\left| \int_a^b \varphi(t) df x_t \right| \leqslant \sup |\varphi(t)| \operatorname{Var}_t [fx_t] \leqslant M |f| \sup |\varphi(t)|$$

(die letztere Ungleichheit besteht gemäss Satz 3). Folglich $\int_a^b \varphi(t)\, df x_t = \xi f$ (ξ aus $\overline{\overline{E}}$), was zu beweisen war.

Satz 8. *Ist* E *schwach vollständig, so ist* $\int_a^b \varphi(t) dx_t$ *ein Element aus* E *(und nicht nur aus* $\overline{\overline{E}}$*).*

Satz 9. *Ist* X_t *eine Funktion mit stark beschränkter Variation, so ist* $\int_a^b \varphi(t)\, dx_t$ *ein Element aus* E.

5. Operatoren die (C) auf einen beliebigen linearen (B)-Raum abbilden.

Die vorhergehenden Begriffe und Sätze erlauben mit Hilfe abstrakter Funktionen die allgemeine Form der Operatoren darstellen, die den Raum (C), stetiger Funktionen, auf einen beliebigen linearen Raum abbilden.

Satz 10. *Die allgemeine Form des Operators* $y = U(x)$, *der* (C) *auf einen schwach vollständigen Raum* E *abbildet, ist:* $y = \int_a^b \varphi(t) dy_t$, *wo* $\varphi(t)$ *ein Element des Raumes* (C), *eine stetige Funktion ist.* y_t *ist eine abstrakte Funktion mit beschränkter Variation, deren Werte* E *angehören.*

Satz 11. *Die allgemeine Form des linearen vollstetigen Operators* $y = U(x)$, *der* (C) *auf einen beliebigen linearen Raum abbildet, ist:* $y = \int_a^b \varphi(t)\, dy_t$, *wo* y_t *eine Funktion mit stark beschränkter Variation und* $\varphi(t)$ *ein Element des Raumes stetiger Funktion* (C) *ist.* Beim Beweis von Satz 11 ist es notwendig sich auf Satz 2 dieser Notiz zu stützen.

Mathematisches Institut.
Staatsuniversität Moskau.

Eingegangen
d. 27. IX. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] W. Orlicz, Studia Math., I., S. 241—248. [2] I. Gelfand, Bull. de la Société Math. de Kharkoff, XIII, 35—40 (1935). [3] Vergleiche auch mit G. Birkhoff, Trans. of Amer. Math. Soc., 38, 357—378 (1935).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 5

PHYSICS

PROBABILITY OF COLLISIONS OF THE SECOND KIND BETWEEN ATOMS AND FREE ELECTRONS

By V. FABRIKANT

(Communicated by S. I. Wawilow, Member of the Academy, 21.IX.1937)

1. The well-known Klein and Rosseland relation (1) between the atoms sections effective for collisions of the first and the second kind has so far been applied only in qualitative considerations regarding collisions of the second kind. This relation also permits to determine the quantitative value of the probability of collisions of the second kind, provided the probability of collisions of the first kind is known. It should be mentioned that a direct determination of the probability of collisions of the second kind is extremely difficult. Only one such attempt is recorded in literature, namely in Latyscheff and Leipunski's (2) paper. The numerical result of that work, however, gives rise to considerable doubt, in view of a very rough estimate of the number of excited atoms and a manifestly exaggerated number of gas-kinetic collisions [application of Hertz's formula(3)]. The object of the present paper is to use the Klein-Rosseland relation in the quantitative determination of the probability of collisions of the second kind between excited atoms and free electrons. Collisions of the second kind of this type being of paramount importance in a gas discharge, the knowledge of the probabilities in question is of considerable interest from the point of view of the gas discharge theory.

2. The Klein-Rosseland relation may be written thus:

$$g_2 V Q_{21}(V) = g_1 (V + V_a) Q_{12}(V + V_a) \qquad (1)$$

where g_1, g_2 are statistical weight of the lower and the upper levels; V, energy of the electron in volts; V_a, energy of excitation in volts; Q_{12}, effective section for collisions of the first kind; Q_{21}, ditto for collisions of the second kind.

To obtain the results we need, the experimental functions of excitation might be used, but far more convenient than these is the approximation for $Q_{12}(V)$ mentioned by the writer in a previous paper (4). By substituting this formula into (1), we obtain:

$$Q_{21}(V) = Q_{21}(0) \frac{V + V_a}{V_a} e^{-\frac{V}{V_m - V_a}} \qquad (2)$$

where

$$Q_{21}(0) = 2.72 \frac{g_1}{g_2} Q_{12}(V_m) \frac{V_a}{V_m - V_a}, \qquad (3)$$

V_m being the energy corresponding to the maximum of Q_{12}.

Formula (2) determines the dependence of Q_{21} on the velocity of the colliding electrons. Formula (3) permits to determine the absolute values of Q_{21}, provided $Q_{12}(V_m)$ is known. It follows from (2) that the greater $V_m - V_a$, the slower the decrease of the probability of collisions of the second kind with the increase in the velocity of the electrons.

If $V_m - V_a > V_a$, there may even exist a sloping maximum of probability for the collisions of the second kind within the range of a few volts.

stopper. The preparation thus obtained was of the following composition: 4.8% hygroscopic water, 6.13% chemically combined water, 42.49% silica, 26.09% alumina, 0.479% ferric oxide, 0.370% CaO, 0.212% MgO, 13.728% Na_2O, 7.375% K_2O, 0.598% SO_3, 0.200% Cl, the molecular ratio of silica to alumina being 2.7 (analysis made in 1937).

The method mainly used in investigating the structure of the preparation was the Debye-Scherrer X-ray powder method. The tube was made of a very thin gelatine and packed with the preparation, finely ground. The thickness of the tube was 0.7 mm. The skiagraph was made by means of the apparatus prepared at the Moscow Roentgen works, iron radiation and a Debye-Evensen 56.00 mm camera being used. At a tension of 35—40 kV, the exposure was 10—14 hours. A freshly prepared permutite gave an X-ray photograph characteristic of amorphous substances. No lines whatever were noticeable on the film. Only one extremely diffuse (wide) ring of the aureole type was discovered round the primary beam. Crystalline structure was thus manifestly absent in the permutite. A specimen of that same permutite, kept in a jar with a ground stopper for over 3 years (1934—1937) was X-rayed in January 1937. It gave a very distinct skiagraph showing very clearly a large number of fine lines.

The above data are shown in Table 1.

Table 1

Skiagraph of Permutite Dried at 110°C (1937)

(Investigations made by I. D. Sedleckij)

Nos of Debye rings	Intensity	Bragg's angles (ϑ)	Value of d_{nkl}	Remarks
1	Faint	6°48′	6.50	Copper radiation without a filter; radius of camera 56.0 mm
2	Medium	9°16′	4.78	
3	Faint	10°27′	4.24	
4	Medium	12°02′	3.69	
5	Strong	13°34′	3.28	
6	Faint	16°11′	2.76	
7	Medium	17°06′	2.615	
8	Faint	18°32′	2.42	
9	Medium	21°27′	2.105	
10	Very faint	24°13′	β	
11	» »	24°47′	1.835	
12	» »	26°04′	β	
13	» »	27°02′	1.69	
14	» »	27°48′	β	
15	Medium	29°04′	1.585	
16	»	30°59′	1.495	
17	»	32°03′	1.45	
18	Faint	34°49′	1.345	
19	»	35°38′	1.32	
20	Very faint	36°40′	1.29	
21	» »	37°38′	1.26	
22	Faint	39°22′	1.21	
23	Very faint	40°08′	1.19	
24	» »	41°47′	1.15	
25	» »	42°58′	1.13	
26	» »	45°49′	1.07	
27	» »	49°24′	1.01	
28	» »	50°11′	1.00	
29	» »	57°42′	0.910	
30	» »	60°06′	0.887	
31	» »	63°08′	0.862	

The great clearness of the interference lines shows the high degree of cristallinity of the substance, while their great number (over 40) points to a very complex structure. Our attempt to identify the skiagraph obtained making use of the standards available, proved a failure. The general appearance of the skiagraph was, it is true, faintly reminiscent of the picture obtained with mica.

The microscopic investigations made by Prof. Vedenejeva have shown the ground mass of the preparation to consist of isotropic crystals with the indices:

$$n = 1.483 \pm 0.003 \text{ (the greater part)},$$
$$n = 1.550 \pm 0.003 \text{ (a small portion)}.$$

Besides, minute anisotropic crystals occur as an admixture, but we have not succeded in determining their index of refraction.

Table 2

Quantitative Indices of the Permutite Skiagraph

(Investigations made by I. D. Sedleckij)

Nos of Debye rings	Intensity	Bragg's angles (ϑ)	Value of d_{nkl}	Remarks
1	Medium	6°27′	6.88	Copper radiation filtered through a nickel filter. Radius of camera 56.0 mm
2	»	9°15′	4.78	
3	»	10°15′	4.325	
4	»	12°21′	3.60	
5	Very strong	13°54′	3.21	
6	Very faint	15°03′	2.96	
7	Faint	16°33′	2.70	
8	Medium	17°27′	2.56	
9	Very faint	18°06′	2.47	
10	Medium	18°48′	2.39	
11	Very faint	19°21′	2.33	
12	» »	20°06′	2.24	
13	» »	20°57′	2.15	
14	Medium	21°39′	2.085	
15	Very faint	22°51′	1.98	
16	Faint	24°27′	1.83	
17	»	25°36′	1.78	
18	Medium	26°15′	1.74	
19	Very faint	27°06′	1.69	
20	» »	27°54′	1.645	
21	Medium	29°20′	1.57	
22	Strong	31°18′	1.48	
23	»	32°21′	1.44	
24	Faint	33°48′	1.38	
25	Medium	35°06′	1.34	
26	»	36°00′	1.31	
27	Faint	36°48′	1.285	
28	»	37°48′	1.255	
29	Very faint	38°36′	1.23	
30	Medium	39°39′	1.205	
31	Very faint	40°12′	1.19	
32	» »	41°54′	1.15	
33	» »	43°03′	1.125	
34	» »	45°54′	1.07	
35	» »	46°39′	1.057	
36	Medium	49°42′	1.01	
37	Very faint	51°09′	0.990	
38	» »	53°36′	0.957	
39	» »	57°45′	0.910	
40	» »	63°45′	0.858	

The thermic investigations made with a Solodin apparatus in the laboratory of F. V. Syromiatnikov have given a curve which, in F. V. Syromiatnikov's opinion «is a close approach to vermiculite, no swelling, however, being noticeable during heating. The slope of the curve within the high temperature range is due to the caking (perhaps to the consolidation) of the substance».

In order to verify Syromiatnikov's supposition as to the caking of the prerapation if heated at high temperatures, we X-rayed the final product obtained by the heating of the preparation to obtain the thermal curve up to 1020° C. Had the caking of the substance actually occurred, the skiagraph would have shown a variation. This supposition, however, is not confirmed by the results obtained. The skiagraph of the product obtained by heating the preparation to 1020° C is practically unchanged and has remained identical with that of the initial substance (Table 2). This points to the absence of caking or any other change during heating. Hence, the whole of the curve, including the slope in the high temperature range, should be regarded as characteristic of our substance.

The conclusion thus suggests itself that our preparation is a new mineral with a high alkaline content. Extraction with water drew out only very little sodium (0.097%); consequently, the whole of the sodium had been bound up in the substance. This could not have occurred unless alkalis had taken part in building up the lattice of the new mineral.

We have ventured to name that new mineral, unknown in nature, «gedroitsite», after the Russian scientist K. K. Gedroits.

V. V. Dokuchayev Soil Institute.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
3. IX. 1937.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 5

BIOCHEMISTRY

OXIDIZING-REDUCING ACTIVITY OF TISSUES AS A BIOLOGICAL CHARACTER IN PLANTS

By B. A. RUBIN and O. T. LUTIKOVA

(Communicated by A. Bach, Member of the Academy, 1. IX. 1937)

One of the main objects of the work on the biochemistry of varieties, which we have been carrying on during a number of years, consists in the study of the biological role of enzymes and in the investigation of the relationship between the enzymes and the physiological characters of plants.

Notwithstanding the importance of this problem, it has so far received but little attention.

Of the few facts already established, mention should be made of the intimate relationship, discovered in our experiment with onion and beet, between the direction of action of the enzyme—saccharase—and the total productivity of the plant in the accumulation of reserve sugars(1).

The high sugar content was found to be connected with the higher synthesizing power of saccharase, owing to which the conversion of simple sugars into saccharose proceeds much more vigorously in the reserve tissues of plants. This results in a more effective utilization of the plant's photosynthetic apparatus. The predominance of synthesis over hydrolysis proved to be likewise proper to late varieties, distinguished by high keeping qualities.

The differences in the enzyme indices of plant varieties established by these investigations were nowise limited to the hydrolytic system only, but extented likewise to the group of oxidizing ferments; in view of the above, we started a detailed study of several plant groups in respect of this character. For this purpose, we availed ourselves of the method elaborated by us in co-operation with N. M. Sisakian. This method enables one to register both the oxidizing and the reducing properties of plants tissues (2). It consists in measuring the conversions of the two forms of ascorbic acid (the common and the dehydroform) and, consequently, makes it possible to determine the directional tendency of the oxidizing process in the cell.

In our work we kept strictly to the method described in our first paper, with the only difference that the oxidation of ascorbic acid (before infiltration) was made, in the majority of cases, after Goodlet and Cardo-Sysojeva by means of the structural elements of horse-radish*. It is necessary to add

* As these authors have shown, after the comminuted tissue of the horse-radish has been thoroughly washed free of all soluble elements, there remains on the particles some adsorbed oxidase, which produces a very vigorous oxidation of ascorbic acid. This property of the horse-radish is utilized by the authors in the method recommended by them for reproduction of the dehydroform of ascorbic acid.

We express our gratitude to the authors for allowing us to read their paper in manuscript and to avail ourselves of their method before its publication.

that the energy of oxidation of ascorbic acid was measured for three exposures of 10, 20 and 30 min. The tables give, in the majority of cases, the mean values.

One of the main plants studied in this investigation was the cabbage—a plant we had formerly investigated thoroughly enough in respect of the enzymes of its hydrolytic system. Besides, as is well known, the varietal differences in cabbage, as regards both duration of vegetation and keeping qualities, are particularly pronounced.

Table 1 summarizes the results of a study of a number of drumhead cabbage varieties. Each figure is the mean of several observations. The varieties are arranged in the table in the order of increasing lateness.

Table 1

Oxidizing and Reducing Activity of Cabbage Leaves in Millilitres of 0.001 Dichlor-phenol-indophenol Solution per 10 g of Fresh Leaves

Variety	Oxidation of ascorbic acid		Reduction of dehydro-ascorbic acid
	3—4 leaf phase	7—8 leaf phase	
№ 1	83	89	5.0
Copenhagen	—	95	—
Slava	—	99	6.3
Kashirka	90	—	—
Amager	—	118	1.0

The above figures clearly point to the existence of a relationship between the duration of the vegetative period of the cabbage variety and the activity of ascorbinase. Late varieties are distinguished by considerably greater oxidizing powers than the early ones, the difference between the extremes in our table (№ 1 and Amager) amounting to as much as 30—40%. As regards their power of reducing dehydroascorbic acid, the order of these varieties is inverse. So, for instance, the reducing properties of Amager cabbage are few times as low as those of the № 1 variety.

The differences between cabbage varieties in respect of the oxidizing-reducing properties of their tissues are very stable characters. They are intimately associated with the general physical nature of the plants.

As an example confirming the above statements, we can present the following data on the diurnal variation in oxidizing-reducing activity.

Hours of the day		0 h.	6 h.	12 h.	18 h.	24 h.
Oxidation energy	№ 1	21.0	43.1	46.5	46.5	51.0
	Amager	40.5	51.0	61.5	111.0	129.0
Reduction energy	№ 1	—	20.5	17.3	—	10.8
	Amager	—	4.5	9.5	0.0	4.0
$\frac{\text{Oxidation}}{\text{Reduction}}$	№ 1	—	2.1	2.7	—	4.7
	Amager	—	11.3	6.5	—	32.2

Without discussing the regularities in the diurnal variation of the $\frac{\text{oxidation}}{\text{reduction}}$ ratio, we shall only note that, independent of the time of sampling,

the value of the $\frac{\text{oxidation}}{\text{reduction}}$ ratio is several times lower in the leaves of cabbage № 1, than in those of the Amager sort, owing to the lower oxidizing and high reducing powers of the first variety.

The data obtained by our investigations of the water melon also indicate the existence of a relation between the degree of earliness of a variety and the state of the oxidizing system of its tissues. (The samples were collected at the beginning of flowering.)

Table 2

Oxidizing and Reducing Powers of the Leaves of the Water Melon in Millilitres of Stain per 10 g of Raw Weight

Variety	Oxidation of ascorbic acid				Reduction of dehydro-ascorbic acid
	10 min.	20 min.	30 min.	Mean value	
Kochanka (early variety)	80.1	114.0	120.0	104.7	2.5
Kara-Kaun (late variety)	118.5	124.5	132.0	125.0	0.0

In this case we also find that the leaves of the late variety possess a 20 per cent higher power of oxidation than those of the early one and that, at the same time, they are quite devoid of the power of reducing dehydroascorbic acid.

The following series of experiments was carried out with several groups of plants whose individual representatives differ from each other both in the quantity and in the qualitative composition of soluble reserve carbohydrates.

As we have already succeeded in showing in an earlier paper, both these characters are most intimately associated with the directional tendency of action of saccharase.

The data of this group of observations are summarized in Table 3.

Table 3

Oxidizing and Reducing Activity of Leaves in Millilitres of the 0.001 Stain

Plant	Oxidation of ascorbic acid				Reduction of dehydroascorbic acid
	10 min.	20 min.	30 min.	Mean value	
Forage beet	24	33	39.9	32.3	4.7
Common beet	27	40.5	42.0	36.5	—
Sugar beet	73.5	83.4	87.0	81.3	0.0
Cucurbita maxima	83.5	95.3	95.6	91.5	—
» *Pepo*	93.5	116.0	127.0	112.2	—
» *Moschata*	111.0	128.6	133.0	131.0	—
Citrullus Colocynthis	—	—	—	—	24.1
» *Colocynthoides*	118.5	131.4	150.0	133.3	9.0
» *edulis*	123	143.1	151.5	139.2	0.0

These figures permit to establish an important (from our point of view) rule, viz., that both the high total sugar content and the more considerable participation of saccharose in the composition of the sugars are associated with the greater oxidizing powers of the tissues of the plants. These plants

are correspondingly distinguished by their low power of reducing dehydroascorbic acid.

Thus, for instance, the content of sugars in the fruits of the pumpkin and water melon plants studied by us may be characterized by the following, more or less typical figures:

	Total of soluble sugars, percentage of row weight	Saccharose, percentage of the total
Cucurbita maxima	3.50	38.0
» *Pepo*	4.45	59.4
» *Moschata*	4.95	64.9
Citrullus Colocynthis	0.7	0.0
» *Colocynthoides*	5.20	18.1
« *edulis*	8.00	4.6

It is worthy of note that the Perekhvatka variety, famous for its exceptionally high keeping qualities, belongs to the *Moschata* pumpkins.

It is important that the above-stated regularity is observed in comparing both the data on individual varieties and those on individual species of one genus (e. g., water melons).

Of special interest are the data on the oxidizing-reducing system because they are intimately associated with the action of saccharase, with its hydrolytic and synthetic activity*.

The above-stated data justify the assumption that the change in the oxidizing, reducing properties of plant tissue is one of the factors intimately associated with the evolution of plant forms, at least in respect of their chemical composition.

There are reasons to believe that a relation exists between the oxidation ratio and a number of important biological properties of plants and, in particular, with their earliness. The figures of the table emphasize the widespread occurrence of ascorbic acid in the green parts of plants as well as the important biological role of this compound and its conversions in the plant organism.

In this respect, our conclusions agree well with the results of a number of papers published quite recently ([3–7]).

Biochemistry Institute.
Academy of Sciences of the USSR.
Moscow.

Received
1. IX. 1937.

REFERENCES

[1] Б. А. Рубин и О. Т. Лутикова, Биохимия, I, № 4 (1936). [2] B. A. Rubin, N. M. Sisakian a. O. T. Lutikova, C. R. Acad. Sci. URSS, XV, № 8 (1937). [3] F. G. Hopkins a. E. J. Morgan, Biochemic. J., XXX, № 8 (1936). [4] Geoffrey Bourne, Physiolog. Rev., **16**, № 3 (1936). [5] Hausen, Synnöve, Biochem. ZS., **288**, H. 5—6 (1936). [6] И. А. Голяницкий и К. А. Брюшкова, Биолог. журн., V, вып. 6 (1936). [7] E. S. G. Barron, A. G. Barron a. F. Klemperer, J. Biol. Chem., **116**, № 2 (1936).

* The materials referring to this question will be discussed elsewhere.

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 5

BOTANY

THE EFFECT OF LOW AND VARYING TEMPERATURES ON VARIABILITY IN THE PERILLA

By D. J. VAKULIN

(Communicated by A. A. Richter, Member of the Academy, 13. IX. 1937)

During our study of the biology of development of *Perilla ocymoides* L., we came across a most interesting phenomenon. Some varieties of the Perilla proved exceedingly sensitive to low temperatures.

On carefully examining the seedlings of various numbers and varieties of perilla, yarovized at low and high temperatures, we noticed that the medium № 3 variety, received from the Ukrainian Experimental Station of Oil-Plant Culture in 1937, showed a fairly considerable deviation at low temperature from the typical form as compared with other varieties. We had earlier found morphologically altered plants in ordinary crops of other varieties of the Perilla, but only as single specimens, for example:

a) 1936 Ranniaya Amurskaya early variety of Perilla received from the Research Institute of Oil-Plant Culture at Krasnodar. Two specimens with three branches in each whorl, i. e. perilla plants with a hexagonal stem instead of the tetrahedral stem of the usual form. This case is analogous to the one described by us for the dragonhead *Dracocephalum Moldavica* L. v. *hexagonum* D. Vak. ([1], [2]).

b) Perilla received from the Dnepropetrovsk Station of the Ukranian Institute of Plant Industry. One specimen with a hexagonal stem.

c) 1937. Perilla № 418 from the Research Institute of Oil-Plant Culture in Krasnodar. One tricotyledonous specimen.

d) Perilla № 30, early variety, received from the Ukrainian Station of Oil-Plant Culture. One tricotyledonous specimen.

e) Ranniaya Amurskaya perilla variety. Two modified specimens; one of them being tricotyledonous, and the other dicotyledonous, with two true leaves in the first and second whorls but with three leaves in the third whorl; besides, in an additional batch, some more specimens were found with different deviations: double leaf, cleft leaf, one specimen with two cotyledons but four true leaves in the first whorl and three in the second and third whorls.

No deviations were received in the other varieties and numbers of the Perilla.

Perilla № 3 gave the maximum number of morphologically deviating forms. The total number of non-typical plants discovered was 12, only one of them being found among plants yarovized at a high temperature, the

remaining eleven belonged to plants yarovized at a low temperature, viz., from +2 to —3°.

The fact that the overwhelming majority of deviating specimens was found among the seedlings of Perilla № 3 yarovized at a low temperature, naturally attracted out attention. We decided to check this fact by means of the following experiment.

The germinating seeds of the № 3 variety were divided into three equal batches. The first and the second were kept from May 25 to June 8 in an ice-cellar packed with snow. The first batch was buried in a small gauze bag in the snow, while the second was kept on the snow for the same duration of time on a thin wooden plank. The third batch was exposed for the same duration of time to a varying temperature, i. e. the germinating seeds were alternatively kept for 24 hours in the ice-cellar, on the snow, and for the next 24 hours in a greenhouse at a fairly high temperature; the third 24 hours, again on the snow, the fourth 24 hours, in the greenhouse, and so on. The temperature in the greenhouse was 25° in the morning, 33° at one o'clock, and 28° in the evening.

The fourth, control variant consisted of dry seeds not subjected to any treatment before sowing.

On June 8 all the four variants were sown in boxes and placed in a cooler greenhouse.

The variability of plants, in particular of their leaves, has been mentioned by different authors; abundant material on this question has been collected by N. P. Krenke, of the Phytomorphogenic Laboratory of the Academy of Sciences of the USSR ([3,4,5,6,7]); of later works on technical plants, mention should be made of K. E. Bachtadze's work on the morphological variability of tea leaves ([8]), V. A. Šaronov's paper on the variability of the ramie ([9]), K. K. Šaparenko's note ([10]), also our papers on *Dracocephalum Moldavica* L. ([1, 2]), and a number of other authors, let alone the earlier writers.

The artificial production of inheritable and non-inheritable modifications in plants has been described by many authors. Among the most recent works on this question, we must note S. J. Kraevoj's paper ([11]). He gives a synopsis of the world literature on the experimental production of mutations in plants. Several mutation-producing reagents are known. As regards their effectiveness Kraevoj places them in the following descending series: X-rays, radium, ultra-violet rays, temperature, chemical agents, centrifuging.

Krekis ([12]) gives a synopsis of the literature on thermal effect.

In our experiments with the perilla, we employed the thermal effect.

Returning to our before-mentioned experiment, we must note that the effect of different temperatures is noticeable first of all on the rate of sprouting. Thus, the perilla seeds kept for 14 days both in and on the snow and planted June 8 sprouted all at one time on the 11th, i. e., in three days. The seeds exposed to varying temperature and planted on the same date as the first batch sprouted on June 13, i. e., in five days. The controls sprouted on June 17, i. e., in nine days. The percentage of seeds that germinated was not high.

The control batch contained four times as many seeds as the other variants, but the number of seedlings produced was several times less than in other batches.

The different number of seedlings obtained in the different variants and the differences in the dates of their sprouting may be due to the specific peculiarities of the land of origin of this plant. The perilla is a native of the East Asia monsoon regions. The weather rhythm of the monsoon regions seems to account for the earlier and better sprouting observed by us under

cold conditions than in the control batch. The somewhat later sprouting of the seeds exposed to varying temperature, as compared with those of the control, must be ascribed to the very sharp and unusual fluctuations in temperature (ice-cellar—greenhouse).

An examination of the young plants of all the batches showed that variability existed in all the batches, but, naturally, to a varying extent.

In the following table, we present the totals of normal and deviating plants in each variant:

Table 1

	1st variant Seeds kept 14 days in snow		2nd variant Seeds kept 14 days on snow		3rd variant Seeds exposed for 14 days to varying temp.		4th variant Control, dry seeds	
	Number of specimens	Percentage	Number of specimens	Percentage	Number of specimens	Percentage	Number of specimens	Percentage
1. Total number of plants grown	148	100	142	100	83	100	28	100
2. Number of normal plants . .	94	63.5	97	68.3	50	60	24	85.8
3. Number of deviating plants .	54	36.5	45	31.7	33	40	4	14.2

The above table shows that the control batch gave 14% deviating forms, this confirms our suppositions that perilla № 3 possesses considerable variability. Low and varying temperatures greatly promoted this process, as the table shows. The experiment established that varying temperatures almost trebled, as compared with the controls, the total number of deviating forms (40 and 14%). Low temperature also produced a fairly considerable effect on the variability of this perilla variety, but less than varying temperatures. Thus, the seeds kept for 14 days in the snow gave 2.5 times more deviating forms, distinguished by more or less marked deviation, than the controls, whilst the seeds kept for the same period of time on the snow gave only twice the number of visible deviations, as compared with the controls.

Thermal action is thus a fairly efficacious factor of variability in the perilla, in any case as regards the № 3 variety.

We cannot affirm anything as yet concerning the stability of these variations. There is no doubt that both inheritable and non-inheritable forms will be found to occur. Some of the forms may even prove to be modifications of long duration.

The process of variation involved: a) the cotyledons, b) the true leaves, and c) the stem.

The deviations from the typical form bore the most different characters, many of them recurring in all or in the majority of the variations obtained during the experiment. The main deviations, recorded by us, consisted in the following.

First Variant. Seeds Kept in the Snow

a) Cotyledons

1. The seed produces only one green and massive cotyledon above ground, no other organs or formations being noticeable. Such a strange, simplified, «monocotyledonous» plant, devoid of stem or other organs, continued to live,

hardly increasing in size. But in the end, this organism, consisting of only one green cotyledon, proved non-viable and perished by the middle of August.

2. The seeds produced two cotyledons (normal), but without the subsequent production of a stem and foliage leaves. These specimens, devoid of a stem or any other organs except the two green cotyledons, also proved non-viable and perished by the middle of August, same as the «monocotyledonous» specimens. From the time of sprouting till August they hardly increased in size, persisting in their initial state.

3. The stem has one normal cotyledon, whilst at the place where the other cotyledon ought to have been, there originated a slightly inclined small stem with normal leaves.

4. The two cotyledons do not spring from one whorl, as is the case in normal plants, but are somewhat displaced with respect to each other, emerging alternately from different places.

5. Multicotyledonous plants, mostly with three cotyledons and very rarely with four. The tricotyledonous perilla plants usually produce three true leaves in each whorl. Such plants, as a rule, subsequently produce three branches from one node (per whorl) on the stem and develop into individuals with a hexagonal main stem, similarly to what has been described by us in plants of the same family, namely in the dragonhead (*Dracocephalum Moldavica* L.) (1).

b) Leaf

6. Three true regular and equal-sized leaves, springing from one whorl (instead of from two as is the case in normal plants) and arranged radially around the stem at 120° from each other.

7. Four true, regular, equal- or unequal-sized leaves with two cotyledons (these are the first true leaves after the cotyledons); these four first leaves mostly originate from two growing points situated near each other. Subsequently, the two branches replacing the main stem develop here.

8. Analogous to the preceding but of very rare occurrence is the case where two leaves centre round one growing point (the normal arrangement) and three leaves round the other.

9. Sometimes an increased number of true leaves occurs already at the first whorl, i. e. immediately following the cotyledons, whilst in other cases this begins with the second or even the third whorl, the first then being normal whorl with two opposite leaves.

10. From one growing point (whorl) issue three unequal-sized leaves.

11. The first two true leaves are reduced, the reduction being a simple one, without metamorphosis. The second two true leaves are of unequal size. The third whorl has three such leaves.

12. Plant with two cotyledons but only one true leaf, the latter bearing no resemblance to the normal leaf. It is very narrow and long, partly lanceolate, in shape like an isosceles triangle with its base towards the stalk. A very rare and peculiar case.

13. Cleft leaf. A deep or shallow notch (wedge-like cleft) at the tip of the leaf or the separation of a lobe at the base of the leaf, there being only one midrib.

14. A twin leaf with two independent midribs, joining at the base into one common stalk.

15. From one whorl there spring one very broad triple leaf with three lobes and three normal leaves. In one case, the following was observed: one of the ordinary leaves had on its upper side, at the base, another small leaf grown fast to it along the midrib to half it length. This small leaf had the

stalk in common with the ordinary large normal leaf. The upper half of this small leaf was free and somewhat raised, same as the margins of the leaves, thus forming something in the nature of a funnel. A very rare case.

c) Stem

16. Stem dichotomy. At the first whorl with true leaves, the stem divides dichotomously, each of the branches producing three leaves in a whorl.

17. Stem fasciation. Sometimes fasciation begins gradually and unnoticeably from below upwards. Sometimes it is more pronounced and begins already at the first whorl. The stem from cylindrical in shape passes upwards into a flat shape. Sometimes, it becomes irregularly twisted, and sometimes, on attaining a certain hight, the stem divides in two, even before reaching the whorl. These two stems formed from one fasciate stem are mostly tetrahedral in shape. Fasciation is of frequent occurrence.

18. Hexahedral stem. The stem is hexahedral in section, in contradistinction from the usual tetrahedral stem. Three branchlets spring from each whorl instead of two.

19. In addition to the above-described more or less marked modifications, this variant (seeds kept buried in the snow) showed a series of other modifications and deviations belonging to the transitional type of forms or to forms with less markedly modified characters.

Second Variant. Seeds Kept on the Snow

This variant has much in common with the first one, but it produced some new modifications, which we shall now describe.

20. Each whorl contain three leaves of different sizes, the largest of them being double; the midrib forks at half its length or the leaf has a separate lobe. In the latter case, the midrib of the leaf does not fork but continues undivided through the leaf to its tip.

21. Three ordinary leaves spring from one growing point. One of them is double, fused together (with two midribs converging at the base), while other two are quite identical leaves fused on their underside throughout the whole length of the midrib; all the four margins of the two blades of the fused leaves remain free. A most peculiar and rare case.

22. Two leaves spring from one whorl, one of them being deeply cleft and forming a rather large lobe; the opposite leaf may be regarded as two «leaves» since each of them has an independent midrib on a common stolk. These two «leaves» are reduced; the adjacent halves of these «leaves» are smaller in area than the distant halves.

23. A peculiar and rare modification of the leaf blade in the shape of a tube. Such a modified leaf was found by us in one specimen. This leaf originated above the cotyledons; it had no pair. The leaf which ought to have been the pair to the first leaf was somewhat higher, it was normal and sprang from the side opposite to the modified leaf. Thus, we have to deal in this case with a displacement of the leaves, which is not typical for the perilla.

Higher up, the leaves were arranged normally, in whorls, with two leaves to a whorl.

Third Variant. Seeds Exposed to Varying Temperatures

Some new deviations occur in addition to those in common with the two above variants.

24. Four leaves spring from one whorl. The two specimens with such whorls unfortunately perished, so we could not observe their further develop-

ment. However, to judge from what occurs in the dragonhead, these plants ought to produce four branchlets in each whorl and their stem ought to be octahedral.

25. From one of two contiguous growing points there spring two normal leaves, while from the other three spring two normal leaves and one elongated, narrow leaf with a lobe. Elongated leaves are of rare occurrence in the perilla.

26. From one, or perhaps from two (not clear) growing points there spring several leaves differing in shape and size: elongated, uneven-sided, lobed, etc.

27. Origination of a small branch between two whorls nearer to the cotyledons and not from the axil of the leaf. This is an exceptionally rare case.

Fourth Variant. Control

No new types of deviation observed.

Thus, the most frequently occurring deviations are the following:

Table 2

Nature of modification	In snow	On snow	Changing tempera-tures	Control
One and two cotyledons (stemless)	+	+	+	+
One cotyledon (with stem)	+	+	—	—
Three cotyledons (hexahedral stem)	+	+	+	—
2 leaves in the first whorl and 3 in the second	+	+	—	—
2 growing points (with 4 leaves)	+	+	+	+
2 growing points (with 5 and 6 leaves)	+	—	+	—
Reduced true leaves	+	+	—	—
Double leaf or cleft blade	+	+	+	+
Elongated leaves	+	—	+	—
3 leaves in the first whorl and 2 in the second	—	—	+	—
Fasciate stem	+	+	+	—
Non-uniform leaves	+	—	—	+
Leaves fused along midrib	—	+	+	—

Odessa State University
Botanical Gardens.

Received
13. IX. 1937.

REFERENCES

[1] Д. Я. Вакулин, Сов. ботан. № 5 (1936). [2] D. J. Vakulin, C. R. Acad. Sci. URSS, XV, № 4 (1937). [3] Н. П. Кренке, Хирургия растений (1928). [4] Н. П. Кренке, Тр. по прикладной ботан., 17, вып. 2. [5] Н. П. Кренке, Вестник Акад. Наук, № 1 (1937). [6] Феногенетическая изменчивость, Сб. работ лаборатории фитоморфогенеза. [7] В. Ю. Базавчук, Сов. ботан., № 1 (1936). [8] К. Е. Бахтадзе, Сов. субтр., № 6 (1937). [9] В. А. Шаронов, За нов. волокно, № 1 (1937). [10] К. К. Шапаренко, Сов. ботан., № 1 (1936). [11] S. J. Krajevoj, Bull. Acad. Sci. URSS, № 2 (1937). [12] Ю. Я. Крекис, Природа, № 7 (1933).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 5

PLANT PHYSIOLOGY

THE INFLUENCE OF RARE EARTHS ON PLANT GROWTH

By A. A. DROBKOV

(Communicated by D. N. Prianišnikov, Member of the Academy, 16. VIII. 1937)

Up to the present almost the only people interested in the rare earths were industrial workers. No one paid attention to the fact that the rare earths are always present as admixtures in the three products from which phosphate fertilizers are prepared, viz., Khibiny apatites, phosphorites and bone meal.

The content of the rare earths in the Khibiny apatites ranges from 0.7 to 3.5%, in phosphorites from 0.05 to 0.8%, while in bone meal it sometimes rises to 0.8%. Thus, whenever we fertilize plants with phosphate fertlizers, we almost always introduce a certain amount of the rare earths together with them.

According to the investigations of Robinson and Steinkönig, the content of the rare earths in the soil varies from 0.01 to 0.08%, but these data require further checking. The following rare earths have been found in plants: cerium, lanthanum, neodymium, yttrium and dysprosium.

So far there are no experimental data whatsoever on the influence of the rare earths upon the yield of plants. This impelled us to carry out a series of investigations in this direction.

Our first experimental investigations (by means of water cultures) of the effect of the rare earths on the yield of plants were made in 1935 with the Rapid and Delicatesse pea varieties. These experiments showed that plants are not indifferent to this effect. The addition of very minute amounts of the rare earths to the complete Hellrigel mixture plus boron caused a marked increase in the yield of the pea (Table 1). The figures in the scheme show the quantity of salt introduced—H_3BO_3 and nitrate compounds of the rare earths, the latter being marked in the scheme with the symbol TR.

Table 1

Experimental scheme	Mean weight of dry stems		Mean weight of pea pods	Mean weight of dry roots	
	in grams	in %	in grams	in grams	in %
1. Hellrigel mixture	3.45	100.00	—	1.23	100.00
2. » » $+B_3$	4.50	130.43	—	1.72	139.82
3. » » $+B_3+TR_{2.5}$ . . .	9.13	264.64	27.90	2.07	168.29
4. » » $+B_3+TR_{5.0}$ . . .	10.77	312.16	39.38	1.83	149.59

In 1936 the scope of the experiments was considerably enlarged, a completer study of the effect of different doses of the rare earths being made. In these experiments the rare earths isolated from Khibiny apatites were used, while in 1936 chemically pure salts of the rare earths were employed.

The experiments were conducted in water cultures of the pea (*Pisum sativum*, Zhegalovski variety). The nutrient salts of which the Hellrigel mixture consisted were introduced after recrystallizations for the purpose of eliminating all admixtures. Spectral analysis showed us, however, that the two recrystallizations had not removed all the impurities contained in the salts.

The effect of the rare earths was studied in water cultures against the background of a complete Hellrigel nutrient mixture with the addition of boron.

The rare earths were introduced in the form of nitrate solutions on the sixth day after planting the pea. Each test was repeated four times. The plants were harvested on July 11 in the green pod stage.

The plan of the experiments is given together with the results, in Table 2.

The figures give the amounts of the rare earth oxides, in milligrams, introduced into each vessel.

It should be noted in the first place that the plants showed a very poor growth in Hellrigel's mixture if no boron and manganese had been added. Later on, the plants withered completely. The plants developed normally when boron had been added to the mixture, but still the yield was lower than in the vessels which contained the rare earths also. Thus, the addition of boron does not fully meet the requirements of the plants in nutrient substances, since the plants do not attain their maximum development.

An examination of the effects of different dosages of the rare earths on the yield of the pea plant (Table 2) shows us that the addition of the rare earths to boron produces marked increase in the yield in all the variants. The lowest dose—one milligram of the oxide of rare earths—produce the highest effect, as regards the vegetative mass, the pods and the roots.

As compared with the controls, this dosage increases the vegetative mass by 58.7%; the roots by 61.28%; the weight of the pods by 291.1%, i. e., almost trebles it.

Table 2

Description of the experiment	Mean weight in grams (dry plants)			Increase in percentages		
	Stems	Pods	Roots	Stems	Pods	Roots
1. Hellrigel mixture	1.60	—	0.31	26.44	—	40.26
2. » » $+B_{10}$	6.05	1.5	0.77	100.00	100.00	100.00
3. » » $+B_{10}+TR_{1.0}$.	9.60	4.57	1.25	153.67	291.10	162.28
4. » » $+B_{10}+TR_{2.5}$.	8.58	3.40	0.95	141.81	216.60	123.90
5. » » $+B_{10}+TR_{5.0}$.	8.30	3.11	0.95	137.35	198.10	113.90
6. « » $+B_{10}+TR_{10.0}$.	7.00	2.55	0.94	115.70	166.70	421.30
7. » » $+B_{10}+TR_{20.0}$.	7.00	2,50	1.10	115.70	166.40	142.85

Another important peculiarity of the effect of the rare earths was discovered during the experiment.

During the first period of growth, i. e. before flowering and the development of the fruit, the positive effect of the rare earths is usually but slight. Only later do the plants which have been supplied with the rare earth accelerate their growth and outgrow the others.

Consequently, the rare earth elements are needed by the plants during the second period of their growth, i. e. during flowering and the formation of seeds. As preliminary experiments made by us have shown, the rare earths produce similar effects in soil cultures.

Conclusions

The unmistakably favourable effect produced by very low concentrations of the rare earths on the yield of the pea plant indicates that the plants in question require these elements for their normal development.

The rare earths appear to play an important part in the formation of the seed. This fact must be taken into account in future, especially in studying various forms of phosphate fertilizers and their effects on the quality of the harvest.

The rare earth elements contained in the Khibiny apatites are most valuable admixtures, not only from the industrial standpoint, but also from that of agriculture. Their presence considerably enhances the value of the apatites as fertilizers.

The same relates to phosphorites and bone meal.

The technologists have set themselves the task of completely separating the rare earths from the Khibiny apatites. But this problem should be considered likewise from the standpoint of agricultural interests. One should find out to what extent the rare earth elements present in the soils can satisfy the normal demands of plants for these elements. But this in its turn requires further study.

Timiriazev Academy
of Agriculture. Moscow.

Received
16.VIII.1937.

REFERENCES

[1] W. Robinson, J. Steinkönig a. C. Miller, Dept. of Agriculture Bull., 122 (1914). [2] И. Д. Борнеман-Старинкевич, Доклад Академии Наук, 39—41 (1924). [3] Е. А. Ферсман, Доклад Академии Наук, 42—45 (1924). [4] О. А. Орлов, Журнал Русск. физ.-хим. о-ва при Ленинградском университете, X, вып. 3 (1928). [5] Г. Хевеши, Редкие земли (1929). [6] И. Борнеман-Старинкевич, Хибинские апатиты, 218—220. [7] И. Борнеман-Старинкевич, Хибинские редкие элементы и пирротиты, V (1933). [8] А. Болдырев, Геол. ком., вып. 142 (1930).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 5

ANATOMIE DER PFLANZEN

ANWENDUNG DER QUANTITATIV-ANATOMISCHEN METHODE BEI DER EINTEILUNG DER GATTUNG *PINUS* IN KLEINERE TAXONOMETRISCHE EINHEITEN

Von M. MOISEJEVA

(Vorgelegt von A. A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 26. IX. 1937)

Bekanntlich haben die Systematiker schon lange mit dem Studium des anatomischen Baues der Kiefernadeln zwecks Einteilung der Gattung in kleinere Einheiten begonnen ([1–7]). Bietet nun die Abgrenzung einzelner Arten nach anatomischen Merkmalen keine besonderen Schwierigkeiten, so lässt sich dasselbe bezüglich der Unterarten, der ökologischen und physiologischen Formen nicht behaupten. In letzterem Falle müssen Unterschiede mittels der quantitativ-anatomischen Methode festgestellt werden, welche letztere Zählungen und Messungen an grossem Material mit anschliessender statistischer Bearbeitung erfordert. Und obgleich bereits eine Reihe vollkommen sachlicher Untersuchungen über den Nadelbau verschiedener Unterarten, ökologischer Formen u. dgl. der *Pinus silvestris* angeführt werden kann ([8–11]), besitzen wir dennoch bis heute keine bestimmten Angaben, wie diese Methode angewandt werden muss. Wir wissen bis jetzt nicht, welche Nadeln zu untersuchen sind,—von welchen Bäumen, aus welcher Höhe, von welchen Ästen, von welcher Seite des Baumes. Es ist nicht genau festgestellt, von welchem Teil der Nadel am zweckmässigsten Schnitte zum Vergleich hergestellt werden müssen, ob ein Schnitt genügt, oder von jeder Nadel eine Schnittserie gemacht werden muss. Endlich wissen wir nicht, welche Grössen zu zählen und zu messen sind—mit anderen Worten, wir wissen nicht, welche Grössen sich unter diesen oder jenen Bedingungen gesetzmässig verändern, und welche Grössen ohne jegliche Gesetzmässigkeit variieren.

Das sind die Fragen, welche sich jeder Forscher beim Versuch der Anwendung dieser Methode beim Studium der Kiefer stellt, und auf welche er in der entsprechenden Literatur leider keine Antwort findet.

Da ich vorhabe, die ukrainischen Kiefern zu untersuchen, war ich zunächst gezwungen, die genannte Methode eingehender zu analysieren. Auf Grund der erhaltenen Daten lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1. Das Studium der Nadelstruktur bei *Pinus silvestris* L. an Serienschnitten zeigt, dass der anatomische Bau jeder Nadel sich ganz gesetzmässig vom Ansatz zur Spitze ändert: die einen Grössen (Zahl der mechanischen Elemente) verringern sich vom Ansatz zur Spitze, die anderen (Breite der Nadel, Abstand zwischen den Zweigen des Bündels) vergrössern sich allmählich, um unmittelbar an der Blattspitze plötzlich abzunehmen, die dritten

endlich variieren am Ansatz und an der Spitze des Blattes, und bleiben im mittleren Teil mehr oder weniger unverändert (Dicke der Nadel, Dicke des Zentralzylinders, Menge der Harzgänge im Assimilationsgewebe).

2. Gemeinsam mit einer Reihe von Forschern ([8], [9], [11], [12]) muss festgestellt werden, dass die Untersuchung von Querschnitten aus der Nadelmitte am zweckmässigsten ist. Es muss aber gesagt werden, dass man sich bei der Charakteristik irgendeiner Form nicht auf die Untersuchung nur dieser Schnitte beschränken darf. Es ist auch eine Analyse der anatomischen Struktur der Nadel an einer Schnittserie vom Ansatze bis zur Spitze der Nadel erforderlich.

3. Die Methode der «Schnittserie» gestattet das Vorhandensein von Harzgängen im Zentralzylinder festzustellen, welche sehr selten in den Querschnitt der Nadelmitte gelangen, und ebenfalls die bei manchen ökologischen Formen von der Norm abweichende Verteilung der Harzgänge im peripherischen Teil der Nadel.

4. Zusammen mit Meissner ([13]) lässt sich anscheinend feststellen, dass die Nadellänge (und, unserer Meinung nach, auch die anderen erwähnten Grössen) je nach dem Sitz der Nadel variiert (längere Nadeln an den Hauptzweigen, kürzere—an den Nebenzweigen, noch kürzere—an den Nebenzweigen II. Ordnung).

5. Die Nadellänge variiert auch anscheinend mit dem Alter des Baumes. Bei alten Bäumen sind die Nadeln kürzer.

6. Die anatomische Untersuchung der Nadeln in verschiedener Höhe des Baumes zeigt, dass ihre anatomische Struktur je nach dem Sitz der Nadel variiert*, je höher am Baum die Nadel wächst, umso länger (69.5 und 55.4 mm), breiter (1.44 und 1.10 mm) und dicker (0.74 und 0.61 mm) ist sie, umso grösser ist die Menge ihrer mechanischen Elemente (108.6 und 80.8), ihrer Leitungsbündel (die Durchmesser des Bündelzweiges sind $134 \times 122 \mu$ und $98 \times 100 \mu$), umso breiter die Harzgänge (an den Ecken 47 und 45 μ) und grösser deren Zahl (16.5 und 12.0), umso dicker die Epidermis (19 und 16 μ), umso grösser die Zahl der Spaltöffnungen (20 und 12 pro Schnitt),—je tiefer am Baum die Nadel wächst, umso kleiner sind die genannten Grössen.

7. Dieselbe Gesetzmässigkeit wird im Bau der Nadeln an ein und demselben Ast beobachtet: je näher die Nadel dem Astende ist, umso grösser sind die genannten Werte**: Länge der Nadel 67.0 und 51.5 mm; Breite der Nadel 1.37 und 1.06 mm; Dicke der Nadel 0.68 und 0.55 mm; Zahl der mechanischen Elemente 74.5 und 51.0; Durchmesser des Leitungsganges $120.9 \times 94.3 \mu$ und $63.5 \times 86.1 \mu$. Breite der Harzgänge an der Ecke 47.0 und 41.0 μ, ihre Zahl 7.3 und 3.3.

8. Alle genannten Grössen variieren auch mit der Beleuchtung: an der beleuchteten Seite des Baumes sind alle genannten Werte grösser als an der Schattenseite.

9. Die Untersuchung der Nadeln aus verschiedener Höhe des Baumes zeigt, dass im Bau der Nadeln nicht nur ein quantitativer, sondern auch ein morphologischer Unterschied besteht, und zwar in der Anordnung und Struktur der Harzgänge. Die Zahl der von Assimilationsgewebe umringten Harzgänge verringert sich von oben nach unten, und die Zahl der Harzgänge, welche von den mechanischen Elementen nicht ringförmig umschlossen werden, d. h. welche mit ihrem Parenchym das Hypoderm berühren, vergrössert sich; ausserdem kommen bei den Nadeln der oberen Teile am

* In Klammern stehen die Werte fur die Nadeln des oberen und unteren Teils einer 100-jährigen Kiefer aus einem mitteldichten Bestand bei Kiew.

** In Klammern stehen die Werte für die Nadeln vom Ende und vom Ansatz des unteren Astes einer 20-jährigen Kiefer aus einem mitteldichten Bestand bei Kiew.

häufigsten Harzgänge im Zentralzylinder vor (je ein bei jedem Bündelzweig) und dringen zuweilen selbst in die obere Blatthälfte.

10. Der gehemmte Zustand der Nadel lässt sich einigermassen durch eine bedeutende Menge (25—60%) von Harzgängen ohne vollen Ring mechanischer Elemente, und durch das Fehlen gut differenzierter Harzgänge im Zentralzylinder charakterisieren.

11. Auf Grund der Punkte 6 und 7 kann man als erwiesen betrachten, dass die Gesetzmässigkeit, welche Zalenski [14] bei den Angiospermae entdeckte, auch den Gymnospermae eigen ist, aber durch die eigenartige Struktur des Blattes der Nadelbäume hier etwas andere Formen annimmt.

12. Die quantitativ-anatomische Untersuchung der Nadeln zwecks Charakterisierung der Art, Unterart, ökologischen oder physiologischen Form des Pinus kann unter der Bedingung angewandt werden, das die zu untersuchenden Nadeln von gleichalterigen, gleich beleuchteten Bäumen, in ein und derselben Höhe und von ein und derselben Stelle des Astes jedes Baumes genommen werden.

Die Nichtbeachtung dieser Bedingungen kann bisweilen die Untersuchungsergebnisse völlig entwerten.

13. Es ist notwendig, bei morphologischen Untersuchungen, den ökologischen und physiologischen Lebensbedingungen des Exemplars, dem das Herbariumsmaterial entnommen wird, mehr Beachtung zu schenken; auch muss vermerkt werden, welcher Stelle des Baumes das Material entnommen wurde.

14. Die Zahl der Harzgänge, ihr Bau und ihre Anordnung in der Nadel ist anscheinend ein wichtiger Index, sowohl der Eigenschaften des Baumes, als auch der Bedingungen, unter welchen dieses oder jenes Exemplar im allgemeinen, und diese oder jene Nadel am Baume im besonderen lebt. So ruft z. B. ein nur zweijähriges Begiessen der Erde in den Nadeln hundertjähriger Kiefern dieselben Veränderungen im Bau und der Anordnung der Harzgänge hervor,wie wir sie bei den Sumpfkiefern beobachten.

15. Die Fälle, wo kein Zusammenhang zwischen der Harzproduktion des Baumes und der Menge und Struktur der Harzgänge [12] vorliegt, lassen sich anscheinend nur durch falsch gesammeltes Untersuchungsmaterial erklären.

Zytologisches und anatomisches Laboratorium
des Botanischen Institutes.
Akademie der Wissenschaften der UdSSR.

Eingegangen
d. 26. IX. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] C. Berthold, Diss., Breslau. [2] N. S. Nab, Quart. Journ. of Microscop. Science (1876). [3] R. Wettstein, Sitz.-Ber. d. Kais. Akad. d. Wiss. Wien, XCVI, Abt. 1 (1887). [4] W. Lang, Giessen (1904). [5] А. Фомин, Вестн. Тифл. бот. сада, 34 (1914). [6] И. В. Палибин, Тр. по прикл. бот., ген., сел., XVIII (1927—1928). [7] J. Zabka, Lesnicka Pracé, 3 (1933) (ČSR). [8] П. Я. Соколов, Изв. Главн. бот. сада СССР, 27 (1928). [9] А. Н. Шатерникова, Тр. по лесн. оп. делу, LXXVI, вып. 2 (1929). [10] A. Grahle, Jahrb. f. wiss. Bot., 78 (1933). [11] Л. Джапаридзе и Л. Василевская, Тр. Тифл. бот. ин-та, 1 (1933). [12] В. Можейко, Лесох. пром., 2 (8) (1933). [13] R. Meissner, Bot. Ztg., 52 (1894). [14] В. Заленский, Изв. Киевск. полит. ин-та, 4 (1904).

Comptes Rendus (Doklady) de l'Académie des Sciences de l'URSS
1937. Volume XVII, № 5

ALGOLOGIE

ÜBER DIE ARTSTRUKTUR DER PROTOCOCCALES-ALGEN *SCENEDESMUS* MEYEN

Von S. N. JAGUŽINSKIJ

(Vorgelegt von A. A. Richter, Mitglied der Akademie, d. 3.IX. 1937)

Meine ersten Beobachtungen über die Variabilität der Klonen der *Scenedesmus* Meyen (1) zeigten die Unrichtigkeit der Schlussfolgerungen von O. V. Troizkaja (2) über das Fehlen des Polymorphismus der Arten bei Protococcales.

Weitere Beobachtungen (3, 4) bestätigten meine ersten Schlussfolgerungen, und ich kann mich jetzt auf die Resultate der Variabilitätsbeobachtungen in 42 Klonen von *Scenedesmus*-Arten mit und ohne Stacheln stützen.

Es sei daran erinnert, dass O. V. Troizkaja, als sie eine ausgedehnte Variabilität der Modifikationen in den Klonen von verschiedenen Protococcales fand—eine Variabilität, die die Grenzen von früher festgestellten Arten und sogar von Gattungen zuweilen überschritt, zu der Hauptart die Formen gerechnet hat, die vor ihr als selbständige Arten und Abarten beschrieben wurden und den von ihr erhaltenen Modifikationen ähnlich sind. Sie hat das mit einer Reihe von Arten und Abarten der *Pediastrum*, *Characium* und *Tetraädron* getan. Im vorigen Jahre veröffentlichte A. A. Elenkin (5) eine Arbeit, in der er die systematischen Schlussfolgerungen von O. V. Troizkaja einer sehr strengen Kritik unterzog. In dem Referat von V. J. Poljanski (6) finden wir auch einen Hinweis auf die Voreiligkeit der Schlussfolgerungen von O. V. Troizkaja.

Somit befindet sich die Frage über die Strukturart der Protococcales und die Frage über die taxonomische Bedeutung der früher beschriebenen Abarten und Arten noch im Stadium der Diskussion.

Meine Beobachtungen über die Variabilität in den Klonen von *Scenedesmus* haben gezeigt, wie notwendig besondere Vorsicht in der Auslegung der Modifikationsvariabilität ist, die vielen Protococcales eigen ist.

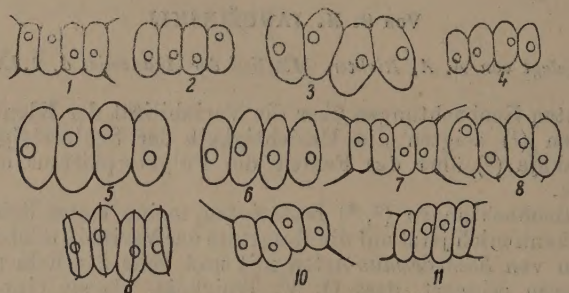
Den von O. V. Troizkaja bei vielen Protococcales beobachteten grossen Spielraum der Modifikationsvariabilität findet man auch bei *Scenedesmus*. In vielen Fällen erscheinen die Merkmale, worin sich die Arten in den Hauptmonographien der Gattung unterscheiden [(Chodat (7), Smith (8), Brunnthaler (9)], im Prozess der Variabilität einer Klone, indem sie die Grenzen benachbarter Arten erfassen. Als das beste Beispiel dafür kann der folgende Fall dienen: In der Klone № 1 hat die Hauptmasse der Zönobien je vier Stacheln, die sich auf den Polen der Randzellen befinden (Abb., *1*). Ausser

solchen Zönobien finden wir in dieser Klone Zönobien mit zwei Stacheln, Zönobien überhaupt ohne Stacheln (Abb., *2*) und Zönobien mit Längsrippen in einigen Zellen. Das erlaubt aber noch nicht *Scenedesmus quadricauda* (Turp.) Bréb., die durch vier Stacheln charakterisiert wird, mit *S. bijugatus* (Turp.) Kütz ohne Stacheln zusammen zu bringen, da sich unter den untersuchten Klonen eine Klone № 36 befindet, wo die Zönobien in allen Kulturen ohne Stacheln sind (Abb., *3*). Solche stachellose Zönobien werden als seltene Modifikationen auch in den Klonen № 7 (Abb., *4*), № 16 (Abb. *5*), № 37 (Abb., *6*) vorgefunden.

Die verbreitesten Modifikationen sind: in der Klone № 7 vierstachlige Zönobien (Abb., *7*), in der Klone № 16 Zönobien mit Borsten an den Zellenenden (Abb., *8*), in der Klone № 37 gerippte Zönobien mit Borsten und Dornen an den Zellenenden (Abb., *9*).

Diese Erscheinung zeigt mit genügender Deutlichkeit die Notwendigkeit eines Vergleiches der Variabilitäten vieler Klonen, um systematische Schlussfolgerungen begründen zu können.

Neben dieser Erscheinung sehen wir, dass man in den Klonen, die dem Charakter der Variabilität nach einander nahestehen, wo die Hauptmasse



der sich bildenden Zönobien sehr ähnlich ist, kleine Unterschiede in den Modifikationsformen, in den mittleren Grössen der Zellen, usw. finden kann. Nicht selten findet man in einer Klone ein Kennzeichen, das sehr variabel oder selten ist, aber in einer anderen Klone bei den meisten Kulturen auftritt. Das sieht man bei einer Reihe von Klonen, die sich um *S. quadricauda* (Turp.) Bréb., *S. abundans* Kirchn., *S. brasiliensis* Bohl., *S. brevispina* (Smith) Chod. gruppieren, und deren Beschreibungen in meiner Arbeit ([3]) angeführt sind. Diese Esrcheinung weist auf eine komplizierte Zusammensetzung der Arten *Scenedesmus* aus der Reihe relativ konstanter Einheiten unterhalb der Art hin. Zu ähnlichen Resultaten kam auch Chodat, der in seiner Monographie ([7]) eine Reihe kollektiver Arten, die aus einigen kleinen, sich voneinander entweder durch morphologische oder physiologische Kennzeichen unterscheidenden Arten bestehen, beschrieben hat.

Meinen Resultaten ähnlich sind die von G. Poljanskij und A. Strelkow an Infusorien ([10], [11]) erhaltenen, die deren Variabilität in den Klonen beobachtet haben. A. Elenkin und V. Poljanskij weisen in den oben zitierten Arbeiten ([5], [6]) auf eine bedeutende Wahrscheinlichkeit einer komplizierten Struktur der Arten bei den blaugrünen Algen hin.

Das oben Erwähnte berechtigt mich zu den nachstehenden Schlussfolgerungen:

1. Die *Scenedesmus*-Arten stellen ebenso wie die Arten der höheren Pflanzen ein System relativ konstanter, morphologisch und physiologisch verschiedener Einheiten dar.

2. Eine ausserordentlich bedeutende Modifikationsvariabilität, die bei vielen Formen zu beobachten ist, erschwert ausserordentlich das Entdecken dieser Einheiten. Aber ein Vergleich der Variabilitäten einiger nahestehenden Klonen zeigt die komplizierte Zusammensetzung der Art sofort.

3. Nach der wertvollen Bemerkung von A. Elenkin (5), ist vor dem Aufbau des Artsystems unbedingt der ökologische Charakter der verschiedenen *Scenedesmus*-Formen zu klären. Das ist umsomehr notwendig, als die von O. V. Troizkaja endeckte und von mir bestätigte breite Modifikationsvariabilität der *Scenedesmus*-Arten die Möglichkeit zu einer Verwertung der zahlreichen Literaturhinweise nicht gibt, da es jetzt ausserordentlich schwer festzustellen ist, was für eine Art dieser oder jener Autor entdeckt hat.

4. Besonders anschaulich wird dies durch die ersten Beobachtungen in der eben erst abgesonderten Klone № 44 bestätigt. Diese Klone kommt aus einer Zönobie, die nur zwei sich auf diagonal entgegengesetzten Enden der Randzellen befindenden Stacheln besitzt (Abb., *10*).

In der Kultur, die man aus der Zönobie erhalten hat, hat man neben zahlreichen Zönobien, die die Struktur des Ahnen wiederholten, eine grosse Zahl von Zönobien mit vier Stacheln entdeckt (Abb., *11*). Diese Zönobien entsprechen der Beschreibung von *S. quadricauda* (Turp.) Bréb., wohingegen man die Ausgangszönobie zu *S. bicaudatus* Hansg. rechnen müsste. Wahrscheinlich wurde sie durch irgendwelche Besonderheiten des Wasserbassins, aus dem sie geholt wurde, gebildet.

5. Neben den weiteren Beobachtungen der Variabilität in den *Scenedesmus*-Klonen, hat man in unserem Laboratorium jetzt die Untersuchung der Verteilung der *Scenedesmus* in Wasserbassins, die in physikalisch-chemischer Hinsicht verschieden sind, begonnen.

Biologische Station, Bolschewo.

Eingegangen
d. 3. IX. 1937.

ZITIERTE LITERATUR

[1] S. N. Jagužinskij, C. R. Acad. Sci. URSS, IV (IX), № 8—9 (77) (1935). [2] O. W. Troizkaja, Acta Instit. Botan. Acad. Scient. URSS, Plantae cryptogamae, Fasc. 1 (1933). [3] S. N. Jagužinskij, Bull. de la Station Biologique à Bolchevo, livr. 9 (1936). [4] S. N. Jagužinskij u. A. J. Smirnowa, Bull. de la Station Biologique à Bolchevo, livr. 9 (1936). [5] A. A. Elenkin, Monographia algorum Cyanophycearum aquidulcium et terrestrium in finibus URSS inventarum. Pars generalis (1936). [6] V. J. Poljanskij, Acta Instit. Botan. Scient. URSS, Ser. II, Fasc. 3 (1936). [7] R. Chodat, ZS. f. Hydrologie, III (1926). [8] G. M. Smith, Transact. Wiscons. Acad. Sc., A. a. L., XVIII (1916). [9] J. Brunnthaler, Systematische Übersicht über die Chlorophyceengattung Scenedesmus Meyen, «Hedwigia» (1913). [10] G. Poljanskij u. A. Strelkow, Zoolog, Anzeig., **107**, № 7/8 (1934). [11] Ю. И. Полянский и А. А. Стрелков, Ученые записки Госуд. педаг. ин-та им. Герцена, вып. 1 (1935).